Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Брестский государственный технический университет»

Кафедра ИИТ

Лабораторная работа № \_\_

Математические основы интеллектуальных систем

**Выполнил:** Студент группы ИИ-22

Факультета электронно-информационных систем

Копанчук Е. Р.

**Проверил:** Шуть В. Н.

Брест 2021

Решение задач

1. **Задача:** Спортивное соревнование проводится по круговой системе. Это означает, что каждая пара игроков встречается между собой ровно один раз. Докажите, что в любой момент времени найдутся хотя бы два игрока, прошедшие одинаковое число встреч.

**Решение:** Представим сетку соревнования в виде полного графа, количество вершин которого равно количеству участников, а ребрами этого графа будут являться матчи между игроками. После окончания каждого матча, общее количество игр инкрементируется на единицу у обоих игроков, то есть ситуации, когда у нас образуется из последовательности чисел 1, 1, 0, 0, 0, 0… менее двух игроков с одинаковым количеством игр. Рассмотрим следующие варианты: 1, 2, 1, 0, 0, 0… и 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0…, в обоих случаях мы получаем более двух игроков.

1. **Задача:** В шахматном турнире по круговой системе учавствуют семь школьников. Известно, что Ваня сыграл шесть партий, Толя – пять, Лёша и Дима – по три, Семён и Илья – по две, Женя – одну. С кем сыграл Лёша?

**Решение:** Ваня сыграл 6 партий, следовательно, он сыграл с каждым из соперников. Женя сыграл только одну партию, значит его соперником оказался Ваня. Толя сыграл со всеми кроме одного, Жени, т. к. он играл свою единственную партию с Ваней. Илья и Семён сыграли только по две партии с Толей и Ваней, как мы узнали. Остаются Лёша и Дима, которые сыграли по две партии, мы узнали, что их оппонентами уже стали Толя и Ваня, значит они сыграли друг с другом.

Ответ: Лёша сыграл с Толей, Ваней и Димой.

1. **Задача:** В соревнованиях по круговой системе с пятью частниками только Ваня и Лёша сыграли одинаковое число встреч, в все остальные – различное. Сколько встреч сыграли Ваня и Лёша?

**Решение:** При пяти участниках в соревнованиях по круговой системе максимальное количество встреч равно 4. Так как мы знаем, что все участники сыграли минимум одну игру, можем утверждать, что ребята могли сыграть от 1 до 4 игр. Чтобы количество встреч удовлетворяло условию задачи необходимо, чтобы количество сыгранных встреч было 1:2:2:3:4.

Ответ: Ваня и Лёша сыграли по 2 игры.

1. **Задача:** В соревнованиях пло круговой системе с двенадцатью участниками провели все встречи. Сколько встреч было сыграно?

**Решение:** Количество встреч в круговой системе рассчитывается по следующей формуле .

Ответ: 66 встреч было сыграно.

1. **Задача:** Чемпионат лагеря по футболу проводится по круговой системе. За победу в матче давалось 2 очка, за ничью – 1, за поражение – 0. Если две команды набирали одинаковое количество очков, то место определялось по разности забитых и пропущенных мячей. Чемпион набрал семь очков, второй призёр – пять, третий – три. Сколько очков набрала команда, занявшая последнее место?

**Решение:** Допустим первое место набало 7 очков так: 1н 3в, второе – 3н, 1в, третье 3н, 1п, тогда может рассчитать, как это произошло с остальными участниками. Так как игра было по 4, количество участников равно 5. С учётом предыдущих предположений: четвёртое место сыграло 2 ничьи и проиграла одну игру, а пятое, последнее, проиграла 2 раза и сыграло одну ничью. Остаётся одна игра меду пятым и четвёртым местом, для того, чтобы четвёртое место не набрало больше очков, чем третье, они должны сыграть в ничью, тогда у четвёртого места будет 3 очка, и оно проиграет по разности мячей, а у пятого – 2.

Ответ: У последнего места будет 2 очка.

1. **Задача:** В футбольном турнире 20 команд сыграли 8 туров: каждая команда сыграла с 8 разным командами. Докажите, что найдутся три команды, не сыгравише между собой пока ни одного матча.

**Решение:** так как из 20 команд в одном туре играют только с 8 разными, у нас найдутся 11 вершин не смежные с любой из отдельно взятых, следовательно найдётся 2 вершины не смежные ни с одной из других.

Ответ: Доказано.

1. В компании, состоящей из пяти человек, среди любых трёх человек найдутся двое знакомых и двое незнакомых друг с другом. Докажите, что компанию можно рассадить за круглым столом так, чтобы по обе стороны от каждого человека сидели его знакомые.

Решение: Допустим ребята сидят в порядке 1-2-3-4-5-1 и у нас получилось их рассадить по условию, тогда проверим на выполнение другого условия. Если мы возьмём тройку 2-3-4, 2 и 4 знакомы не будут, однако они сидят со своими знакомыми 1, 3 и 3, 5 соответственно.Теперь возьмём тройку не рядомсидящих ребят, например 1, 3-4, из предыдущего умозаключения сделаем вывод, что 3-4 знакомы, в то же время ребята 1, 3 и 1, 4 могут быть незнакомы, следовательно наше условие выполняется, а так как общее количество ребят пять, мы не сможем взять тройку без одной пары ребят, кторые сидят вместе.

Ответ: Доказано.

1. **Задача:** Известно, что в компании каждый человек знаком не менее, чем с половиной присутствующих. Докажите, что можно выбрать из компании четырёх человек и рассадить за круглым столом так, что при этом каждый будет сидеть рядом со своими знакомыми.

**Решение:** Пусть N – количество человек, N >= 4. Тогда, исходя из условия, что каждый человек знаком с N/2 + 1, можем сказать, что любые два отдельно взятые человека будут иметь по 2 общих знакомых, так как их общее количество N + 2, что позволит рассадить гостей по условию задачи.

Ответ: Доказано.

1. **Задача:** В некотором государстве система авиалиний устроена так, что любой город соединён не более чем с тремя другими из любого города в любой другой можно перелететь, сделав не более одной пересадки. Какое наибольшее число городов может быть в этом государстве?

**Решение:** Пусть есть центральный город, от которого исходят три пути к другим различным городам, от которых есть пути ещё к шести разным городам, по два от каждого. Такое строение удовлетворяет нашему условию.

Ответ: 10 городов.

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Брестский государственный технический университет»

Кафедра ИИТ

Лабораторная работа № \_\_

Математические основы интеллектуальных систем

**Выполнил:** Студент группы ИИ-22

Факультета электронно-информационных систем

Копанчук Е. Р.

**Проверил:** Шуть В. Н.

Брест 2021

**Вариант 9**

**Задание №1** Для графа записать матрицу смежности вершин и матрицу инцидентности.

|  |
| --- |
|  |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | | **1** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | | **2** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | **3** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | **4** | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | | **5** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | | **1** | 1 | -1 | 0 | 0 | | **2** | 0 | 0 | 0 | 0 | | **3** | 0 | 0 | 0 | -1 | | **4** | 0 | 1 | -1 | 1 | | **5** | -1 | 0 | 1 | 0 | |  | |

**Задание №2**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| * По заданной матрице смежности определить, сколько существует маршрутов длины 1, 2 и 3 из вершины x в вершину y (для каждой из трех предложенных пар вершин x → y). * Построить соответствующий этой матрице граф. * Выписать все маршруты заданной длины, соединяющие указанные вершины. * Определить, какой из этих маршрутов является а) контуром, б) цепью, в) простой цепью. | |  |
|  |  |
| |  |  | | --- | --- | |  | **Контуры:**  нет.  **Цепи:**  все кроме 4 --> 3 --> 4 --> 3  **Простые цепи:**  1 --> 2, 3 --> 2,  4 --> 3, 3 --> 1 --> 2,  1 --> 4 --> 3 --> 2,  3 --> 4 --> 1 --> 2. | | | |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | **Длина пути 1** | **Длина пути 2** | **Длина пути 3** | | **1 ---> 2** | 1 --> 2 | 1 --> 2 --> 2 | 1 --> 4 --> 3 --> 2  1 --> 4 --> 1 --> 2 | | **3 ---> 2** | 3 --> 2 | 3 --> 2 --> 2  3 --> 1 --> 2 | 3 --> 1 --> 2 --> 2  3 --> 4 --> 1 --> 2  3 --> 4 --> 3 --> 2 | | **4 ---> 3** | 4 --> 3 |  | 4 --> 3 --> 4 --> 3  4 --> 1 --> 4 --> 3 | | |

**Задание №3**

По матрицам инцидентности (не выполняя построение графа!) определить, имеет ли соответствующий граф (орграф) циклы (контуры) длины 2 или длины 3. Изобразить найденные циклы (контуры) для каждого из графов.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  | | --- | | **Первый граф** | | **Контуры длины 2:**  2 🡪 5 🡪 2  1 🡪 4 🡪 1 | | **Контуры длины 3:**  1 🡪 3 🡪 2 🡪 1 | | **Второй граф** | | **Контуры длины 2:**  1 🡪 (r1) 🡪 3 🡪 1  1 🡪 (r3) 🡪 3 🡪 1  1 🡪 (r6) 🡪 3 🡪 1  4 🡪 2 🡪 4 | | **Контуры длины 3:**  Нет. | |

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Брестский государственный технический университет»

Кафедра ИИТ

Лабораторная работа № \_\_

Математические основы интеллектуальных систем

**Выполнил:** Студент группы ИИ-22

Факультета электронно-информационных систем

Копанчук Е. Р.

**Проверил:** Шуть В. Н.

Брест 2021

Решение задач

1. **Задача**: У каждого из депутатов парламента не более трех противников. (Если депутат А – противник депутата В, то депутат В – противник депутата А) Докажите, что депутатов можно разбить на две палаты так, что каждый депутат будет иметь не более одного противника в своей палате.

**Решение**:

Ответ:

1. **Задача**: В теннисном турнире каждый игрок команды “синих” встречается с каждым игроком коданды “красных”. Число игроков в командах одинаково и не больше восьми. “Синие” выйграли в четыре раза больше встреч, чем “красные”. Сколько человек в каждой из команд?

Решение:

Ответ:

1. **Задача**: Каждый из учеников 9”а” класса дружит с тремя учениками 9”б” класса, а каждый ученик 9”б” класса дружит с тремя учениками 9”а” класса. Докажите, что число учеников в этих классах одинаково.

**Решение**:

Ответ:

1. **Задача**: Каждый из учеников 9”а” класса дружит не менее, чем с половиной учеников 9”б” класса, а каждый из учеников 9”б” класса дружит не более, чем с половиной учеников 9”а” класса. Докажите, что каждый из учеников 9”а” класса дружит ровно с половиной учеников 9”б” класса, а каждый из учеников 9”б” класса дружит ровно с половиной учеников из 9”б” класса.

**Решение**:

Ответ:

1. **Задача**: Десять кандидатов готовятся к двум космическим экспедициям на Марс. Поскольку экспедиции будут продолжаться несколько лет, а их участники окажутся в замкнутом пространстве небольшого объёма, то важное значение приобретает психологическая совместимость членов экипажа. Путём тестирования были установлены пары кандидатов, присутствие которых в одной и той же экспедиции было нежелательным. Результаты тестирования отражены в таблице. (Если на пересечении i-ой строки и j-го столбца таблицы находится знак “+”, то участие i-го и j-го кандидатов в одной экспедиции нежелательно). Разделите кандидатов на две группы для участия вы экспедиции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |  |
| 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Решение**:

Ответ: